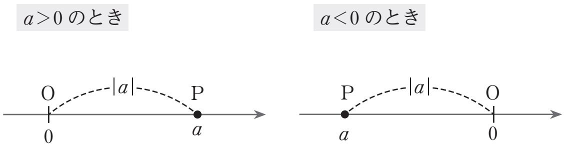
第5講　点と直線

PART1　2点間の距離，数直線上の分点の座標

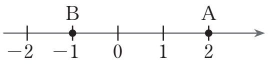
要点①　数直線上の2点間の距離

数直線上で，点Pに実数 a が対応しているとき，a を点Pの座標といい，座標が a である点Pを $\mathrm{P}(a)$ と表す。また，数直線上の原点Oと点 $\mathrm{P}(a)$ の距離を a の絶対値といい，$|a|$ と表す。



例　右図で A(　)，B(　　)

　　OA＝　　＝2，OB＝　　　＝1

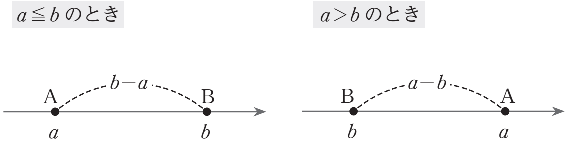


数直線上の2点A(a)，B(b)間の距離 AB は

$a \leqq b$ のとき　$\mathrm{AB}=b-a$

$a>b$ のとき　$\mathrm{AB}=a-b$

である。よって，$\mathrm{AB}=|b-a|$ と表すことができる。



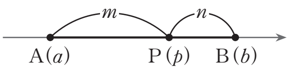
例　2点 A(2)，B(−1) 間の距離は

　　AB＝　　　　＝　　　＝3

要点②　数直線上の内分点・外分点の座標

m，n を正の数とする。線分 AB 上に点Pがあり，AP : PB＝m : n が成り立つとき，点Pは線分 AB を m : n に内分するといい，点Pを「　　　　」という。

数直線上の2点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB を m : n に内分する点Pの座標 p を求める。



$a<b$ のとき，$a<p<b$ より

$$(p-a):(b-p)=m:n \qquad n(p-a)=m(b-p)$$

よって　$p=\dfrac{na+mb}{m+n}$

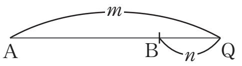
$a>b$ のときも，同様に $p=\dfrac{na+mb}{m+n}$ が導かれる。

とくに，$m=n$，つまり $m:n=1:1$ のとき，点 P は線分 AB の中点となり，その座標は

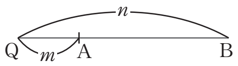
$p=\dfrac{1\cdot a+1\cdot b}{1+1}=\dfrac{a+b}{2}$ と表される。

m，n を異なる正の数とする。線分 AB の延長上に点 Q があり，AQ：QB＝$m:n$ が成り立つとき，点 Q は線分 AB を $m:n$ に外分するといい，点 Q を「　　　　」という。

$m>n$ のとき



$m<n$ のとき



数直線上の２点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB を m:n に外分する点 Q の座標 q を求める。

・$m>n$ のとき

$a<b$ のとき，$a<b<q$ より

$(q-a):(q-b)=m:n$　　$m(q-b)=n(q-a)$

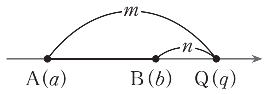
よって　　$q=\dfrac{-na+mb}{m-n}$

$a>b$ のときも，同様に $q=\dfrac{-na+mb}{m-n}$ が導かれる。

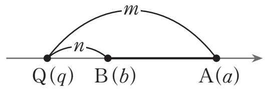
・$m<n$ のとき

$a<b$，$a>b$ に関わらず，$q=\dfrac{-na+mb}{m-n}$ が導かれる。

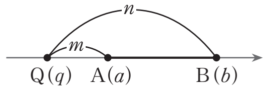
$m>n$，$a<b$ のとき



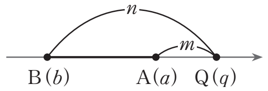
$m>n$，$a>b$ のとき



$m<n$，$a<b$ のとき



$m<n$，$a>b$ のとき

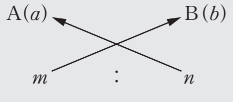


以上より，次のことが成り立つ。

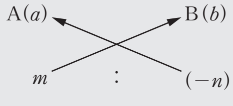
数直線上の内分点・外分点の座標

数直線上の点 A(a)，B(b) に対して

線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は $\dfrac{na+mb}{m+n}$



線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は $\dfrac{-na+mb}{m-n}$



例　２点 A(3)，B(2) に対して

線分 AB を 2：1 に内分する点 P の座標は ＿＿＿＿＿＿＝

線分 AB を 5：3 に外分する点 Q の座標は ＿＿＿＿＿＿＝

1 2点 A(-3)，B(5) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めよ。

(1) $3:2$ に内分する点　　(2) 中点

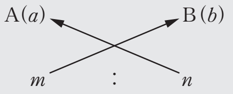
(3) $7:3$ に外分する点　　(4) $1:4$ に外分する点

Point Pickup

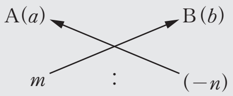
数直線上の内分点・外分点の座標

数直線上の点 A(a)，B(b) に対して

線分 AB を $m:n$ に内分する点の座標は $\dfrac{na+mb}{m+n}$



線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標は $\dfrac{-na+mb}{m-n}=\dfrac{na-mb}{-m+n}$



外分点の座標の式は，内分点の座標の式の n を $-n$ に(または m を $-m$ に)おき換えたものである。

第 5 講　PART1 確認問題

2 点 A(-2)，B(6) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めよ。

1　3：1 に内分する点

ア

2　中点

イ

3　2：1 に外分する点

ウエ

4　1：3 に外分する点

オカ

第 5 講　点と直線

PART1　2 点間の距離，数直線上の分点の座標

1　2 点 A(-3)，B(5) を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めよ。

(1)　3：2 に内分する点　　(2)　中点

(3)　7：3 に外分する点　　(4)　1：4 に外分する点

[解答]

(1)　$\dfrac{2\cdot(-3)+3\cdot5}{3+2}=\dfrac{9}{5}$

(2)　$\dfrac{1\cdot(-3)+1\cdot5}{1+1}=\dfrac{2}{2}=1$

(3)　$\dfrac{(-3)\cdot(-3)+7\cdot5}{7-3}=\dfrac{44}{4}=11$

(4)　$\dfrac{4\cdot(-3)+(-1)\cdot5}{-1+4}=\dfrac{-17}{3}=-\dfrac{17}{3}$

第 5 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：4

[解説]

線分 AB を 3：1 に内分する点の座標は

$$\frac{1\cdot(-2)+3\cdot 6}{3+1}=\frac{16}{4}=4$$ [A]

[A]　数直線上の 2 点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB を $m：n$ に内分する点の座標は
$$\frac{na+mb}{m+n}$$

2

[正解] イ：2

[解説]

線分 AB の中点の座標は

$$\frac{1\cdot(-2)+1\cdot 6}{1+1}=\frac{4}{2}=2$$ [B]

[B]　数直線上の 2 点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB の中点の座標は
$$\frac{1\cdot a+1\cdot b}{1+1}=\frac{a+b}{2}$$

3

[正解] ウエ：14

[解説]

線分 AB を 2：1 に外分する点の座標は

$$\frac{-1\cdot(-2)+2\cdot 6}{2-1}=\frac{14}{1}=14$$ [C]

[C]　数直線上の 2 点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB を $m：n$ に外分する点の座標は
$$\frac{-na+mb}{m-n}\quad(m\neq n)$$

4

[正解] オカ：−6

[解説]

線分 AB を 1：3 に外分する点の座標は

$$\frac{-3\cdot(-2)+1\cdot 6}{1-3}=\frac{12}{-2}=-6$$ [D]

[D]　数直線上の 2 点 A(a)，B(b) に対して，線分 AB を $m：n$ に外分する点の座標は
$$\frac{-na+mb}{m-n}\quad(m\neq n)$$